

基于 Markov 四叉树模型的无监督图像分割^{*}

郭小卫¹ 田 铮^{1,2,3} 林 伟^{1,2}

(西北工业大学计算机科学与工程系 西安710072)¹ (西北工业大学应用数学系 西安710072)²

(中国科学院自动化研究所模式识别国家重点实验室 北京100080)³

摘 要 本文提出了一种基于分布特征的多尺度无监督图像分割方法。通过对多尺度图像数据在每个尺度上进行 Gauss 子集聚类,并将每个像素的邻域内的 Gauss 子集类别标记作为特征向量,利用多尺度 Markov 模型进行二次聚类,从而实现无监督图像分割。与其它基于多尺度 Markov 模型的无监督分割方法和传统动态聚类方法相比,该方法既无需假定每类的分布形式,又能较好地反映数据的概率结构。对合成图像与 SAR 图像的实验结果表明,该方法的分割精度接近于有监督的 H-MPM 和 H-SMAP 方法。

关键词 多尺度,四叉树,MPM(maximum posterior marginals),EM(expectation maximization)算法,无监督分割

Unsupervised Image Segmentation Based on Markov Quadtree

GUO Xiao-Wei¹ TIAN Zheng^{1,2,3} Lin Wei^{1,2}

(Department of Computer Science and Technology, Northwestern Polytechnic University, Xi'an 710072)¹

(Department of Applied Mathematics, Northwestern Polytechnic University, Xi'an 710072)²

(National Key Laboratory for Pattern Recognition, Institute of Automation Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)³

Abstract A new multiscale Markov model based Bayesian approach to image segmentation is presented. By Gauss mixture model and MAP estimation, the image data are first clustered into different Gauss classes. Then by modeling the Gauss class labels with Markov quadtree and MPM estimation, the final segmentation is performed. Compare with existing continuous version segmentation algorithm based on multiscale Markov model, the new approach needn't assuming the distribution form of each class known. And compared with existing discrete version segmentation method, the feature data in our approach take very limit values, and so the number of distribution parameters is small. Moreover, because the feature data are based on neighborhood, the segmentation can be more smoothed, and the estimation uncertainty can be reduced. Experimental results show that the unsupervised approach can give a comparable segmentation with supervised H-MPM and H-SMAP.

Keywords Multiscale, Quadtree, MPM(maximum posterior marginals), EM(expectation maximization) algorithm, Unsupervised segmentation

1 引言

基于 Markov 随机场(Markov random field, MRF)的图像分割方法^[1,2],是近年来被广泛应用的一种基于模型的图像分割方法。与传统的基于阈值的分割方法(如 K 均值、动态聚类、线性或非线性分类、基于 Bayes 估计的最优阈值分类等)相比,能有效地对图像中的空间相关性建模,从而得到光滑的分割区域和确定的边界,这一点在噪声环境中或各类的分布有较多重叠的情况下,显得尤为重要。但 MRF 的主要问题是:非因果 MRF 的参数估计困难,分割算法需要迭代^[3];因果 MRF 应用于图像,会造成方向性块效应^[4]。近年来,出现了一些基于多尺度 Markov 模型的图像分割方法^[5-8],利用尺度间的因果 Markov 结构来对信号或图像建模,能够避免非因果 MRF 的诸多问题,同时,多尺度 Markov 模型又能很好地逼近非因果 MRF^[9]。

基于多尺度 Markov 模型的分割算法通常采用 Bayes 估计。Bayes 估计的前提条件是每类的概率密度已知。在无监督

图像分割问题中,由于训练样本的类别未知,为估计每类的概率密度,需要假定每类的分布形式已知(通常假定每类服从 Gauss 分布或其它简单分布),从而,利用一些如 EM(expectation-maximization)、SEM(stochastic expectation-maximization)或 ICE(iterative conditional estimation)等混合密度的估计方法,就可以得到每类的分布参数。但在很多情况下,各类的分布可能无法用某种简单的分布形式来表示,甚至无法用参数化的方法来表示,因而也就不能应用这类方法来估计每类的概率密度。一种替代方法是图像数据离散化,并应用 EM 等算法来估计离散形式的混合分布。但直接对图像数据离散化一方面会造成分布参数过多,并带来计算量增加、EM 算法初始化困难等问题。另一方面,由于缺少足够的约束条件,导致离散形式混合密度的估计结果有很大的不确定性,典型的例子是在各类分布的交叠区,分布参数的估计严重甚至完全依赖于初值的选取。

针对此问题,本文提出一种基于 Markov 四叉树模型的无监督图像分割方法。该方法通过对多尺度图像数据在每一

^{*}基金项目:国家自然科学基金(No. 60375003)与航空科学基金(No. 03153059)资助课题,郭小卫 博士生,主要从事统计信号与图像处理、模式识别和多尺度统计建模等方面的研究,田 铮 教授,博士生导师,主要从事非线性时间序列分析、非参数统计、小波变换与人工神经网络、多尺度非线性随机模型与图像处理的理论、方法与应用的研究,林 伟 讲师,博士生,主要从事统计信号与图像处理、非参数统计和多尺度统计建模与图像处理等方面的研究。

尺度上进行 Gauss 子集聚类,并将聚类的结果(Gauss 子集类标记)作为多尺度特征数据,进而应用 Markov 四叉树模型和 MPM(maximum posterior marginals)估计对之进行二次聚类,实现无监督图像分割。该方法无需假定每类的分布形式已知;而且,与离散形式的多尺度 Markov 模型方法相比,离散值的数目(Gauss 子集数)通常很小,且特征数据(Gauss 子集类别)是基于邻域的,该特征在不同类别的区域中呈现出明显不同的特征和一定的规律性,因而使得 EM 算法的初值选择比较容易,并减小了参数估计的不确定性。

2 Markov 四叉树模型

2.1 Markov 四叉树模型

本文采用的多尺度 Markov 模型,具体地说是一种 Markov 四叉树模型,该模型结构如图1所示。记树上的节点集为 S ,根节点为 r ,树的深度为 N 。 r 的第 $N-n$ 代后裔的全体即构成尺度 n (分辨率 $N-n$)上的节点集 $S^{(n)}$ 。对任一节点 $s \neq r$,记其父节点为 s^+ ,四个子节点的集合为 s^- ,包括 s 的所有后裔及 s 本身和节点集为 $d(s)$ 。考虑定义在 S 上的一对随机向量 $X=(X_i)_{i \in S}$ 和 $Y=(Y_i)_{i \in S}$,其中, Y 表示多尺度图像特征数据, X 表示其对应的多尺度类别标记, Y 与 X 的现实分别记为 $y=(y_i)_{i \in S}$ 与 $x=(x_i)_{i \in S}$ 。Markov 四叉树模型对变量 X 和 Y 做如下假定:

(1) 尺度间的 Markov 性,即:

$$p(x^{(n)} | x^{(>n)}) = p(x^{(n)} | x^{(n+1)}) \quad (1)$$

其中,定义 $p(x_a | x_b) = p(X_a = x_a | X_b = x_b)$ 。

(2) 每一类别节点 X_i , 仅依赖于其父节点 X_{i^+} , 即:

$$p(x^{(n)} | x^{(n+1)}) = \prod_{i \in S^{(n)}} p(x_i | x_{i^+}) \quad (2)$$

(3) 数据 Y_i , 在给定其类别 X_i 下条件独立,即:

$$p(y | x) = \prod_{i \in S} p(y_i | x_i) \quad (3)$$

由(1)~(3)式,有:

$$p(x, y) = p(x_r) \prod_{i \neq r} p(x_i | x_{i^+}) \prod_{i \in S} p(y_i | x_i) \quad (4)$$

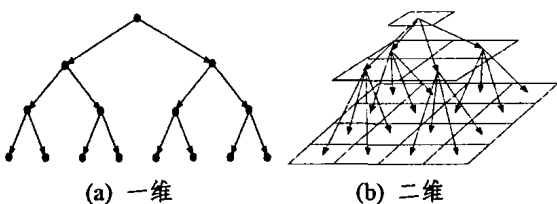


图1 Markov 四叉树模型

2.2 基于多尺度 Markov 模型的分割算法

本文应用 MPM 估计来实现基于上述模型的图像分割。

MPM 估计可表示为:

$$\hat{x}_i = \arg \max_{1 \leq x_i \leq M} \{ \log p(x_i | y, \theta) \} \quad (1)$$

后验概率 $p(x_i | y)$ 可由如下的下行算法递推计算:

$$\begin{aligned} p(x_i | y) &= \sum_{x_{i^+}} p(x_i | x_{i^+}, y) p(x_{i^+} | y) \\ &= \sum_{x_{i^+}} \frac{p(x_i, x_{i^+} | y_{d(i)})}{\sum_{x_{i^+}} p(x_i, x_{i^+} | y_{d(i)})} p(x_{i^+} | y) \end{aligned} \quad (2)$$

其中,

$$p(x_i, x_{i^+} | y_{d(i)}) = \frac{1}{p(y_{d(i)})} p(y_{d(i)} | x_i) p(x_i | x_{i^+}) p(x_{i^+})$$

似然概率 $p(y_{d(i)} | x_i)$ 可由如下的上行算法递推计算:

$$p(y_{d(i)} | x_i) = p(y_i | x_i) + \prod_{i \in S^-} \sum_{x_i} p(y_{d(i)} | x_i) p(x_i | x_i)$$

上式中 $p(x_i)$ 可由树上的转移概率和根节点的先验概率导出。而最粗尺度上的后验概率 $p(x_i | y)$ 可由下式导出:

$$p(x_i | y) = \frac{p(y | x_i) p(x_i)}{\sum_{x_i} p(y | x_i) p(x_i)}$$

2.3 参数估计

记 $\pi_m = p(X_r = m)$, 并对 $\forall s \in S^{(n)}$, 记 $a_{m,k,n} = p(X_i = m | X_{i^+} = k)$, $f_{m,n}(l) = p(Y_i = l | X_i = m)$, 从而, 上述 Markov 四叉树模型参数可记为 $\theta = (\pi_m, (a_{m,k,n})_{k=1, \dots, M, n=0, \dots, N}, (f_{m,n}(l))_{l \in R, n=0, \dots, N}, m=1, \dots, M)$ 。显然, 上述分割算法依赖于 Markov 四叉树模型参数 θ 的估计。若假定转移概率和条件分布仅与尺度有关, 而与具体节点无关, 并进一步假定每类数据服从 Gauss 分布, 此时, 模型参数简化为 $\theta = (\pi_m, (a_{m,k,n})_{k=1, \dots, M, n=0, \dots, N}, (\mu_{m,n})_{n=0, \dots, N}, (\sum_{m,n} \mu_{m,n})_{n=0, \dots, N}, m=1, \dots, M)$ 。利用如下 EM 算法, 可以估计出 $\theta^{(i)}$:

(1) 初始化: 设定第一次迭代 θ 的初值 $\theta^{(1)}$ 。

(2) E 步: 利用 $\theta^{(i)}$ 计算第 i 次迭代两个后验概率 $p(x_i | y, \theta^{(i)})$ 和 $p(x_i, x_{i^+} | y, \theta^{(i)})$, 前者的计算见(2)式, 后者可由下式计算:

$$p(x_i, x_{i^+} | y) = \frac{p(x_i, x_{i^+} | y_{d(i)}) p(x_{i^+} | y)}{\sum_{x_i} p(x_i, x_{i^+} | y_{d(i)})}$$

(3) M 步: 参数更新:

$$\begin{aligned} \mu_{m,n}^{(i+1)} &= \frac{\sum_{i \in S^{(n)}} p(X_i = m | y, \theta^{(i)}) y_i}{\sum_{i \in S^{(n)}} p(X_i = m | y, \theta^{(i)})} \quad (3) \\ \sum_{m,n}^{(i+1)} &= \frac{\sum_{i \in S^{(n)}} p(X_i = m | y, \theta^{(i)}) [y_i - \mu_{m,n}^{(i+1)}] [y_i - \mu_{m,n}^{(i+1)}]^T}{\sum_{i \in S^{(n)}} p(X_i = m | y, \theta^{(i)})} \end{aligned} \quad (4)$$

$$a_{m,k,n}^{(i+1)} = \frac{\sum_{i \in S^n} p(X_i = m, X_{i^+} = k | y, \theta^{(i)})}{\sum_{i \in S^n} p(X_i = m | y, \theta^{(i)})}$$

$$\pi_m^{(i+1)} = p(X_r = m | y, \theta^{(i)})$$

(4) 若收敛, 停止, 否则, $i = i + 1$, 转(2)。

3 基于 Markov 四叉树模型的无监督分割

如引言中所述, 基于上述多尺度 Markov 模型的无监督图像分割方法通常需要假定每类数据服从 Gauss 分布等简单分布形式, 这种假定在很多情况下是不合适的。但若将数据离散化, 又会造成参数估计的不确定性和初值选取的困难。为此, 可以考虑从原图像数据中提取一种离散化特征, 该特征既能较好地表现原数据的分布特征, 又能简单明了地反映各类别之间的差异, 不会造成参数估计较大的不确定性和初值选取的困难。基于这个思想, 本文提出基于分布特征的多尺度无监督图像分割方法。该方法可分为如下两大步骤:

(1) Gauss 子集聚类: 对每一尺度上的图像数据用 Gauss 混合分布建模, 并将数据划分到不同的 Gauss 子集中。见 3.1 小节。

(2) 基于 Markov 四叉树模型的二次聚类: 将 Gauss 子集标记作为多尺度特征数据, 建立多尺度 Markov 模型, 并由 MPM 估计得到分割结果。见 3.2~3.4 小节。

3.1 Gauss 子集聚类

由于任一光滑密度可由混合元数目足够多的 Gauss 混合

密度任意逼近。因此,在样本类别、每类的分布形式均未知的情况下,可应用 Gauss 混合密度对每一尺度上数据建模,即:

$$p(Y_i=y_i) = \sum_{j=1}^J \gamma_j p(y_i | Z_i=j) = \sum_{j=1}^J \gamma_j \phi(y_i; \mu_j, \sigma_j^2)$$

其中, J_j 为 Gauss 混合模型的阶数, γ_j 、 μ_j 和 σ_j^2 分别为第 j 个 Gauss 混合元的权、均值和方差。若将同一尺度的所有数据看作从上述混合分布产生的样本(即假设尺度内平稳),则该混合模型的参数可利用 EM 算法估计出来^[10],阶数可由 Rissanen 准则确定^[11]。

在估计出混合模型的参数后,利用 Bayes 公式:

$$p(z_i | y_i) = \frac{p(y_i | z_i) p(z_i)}{\sum_{z_i} p(y_i | z_i) p(z_i)}$$

进而由 MAP 估计:

$$\hat{z}_i = \operatorname{argmax}_{z_i} p(z_i | y_i)$$

每一数据就被划分到不同的 Gauss 子集。需要指出,这种将数据划分为不同 Gauss 分布(或其它简单分布)子集的方法也正是在传统的基于阈值的图像分割的一种主要方法,即 Bayes 最优阈值方法。图2给出对两幅 SAR 图像在最细尺度上的 Gauss 子集聚类结果,原图分别见图4(a)和图5(a)。

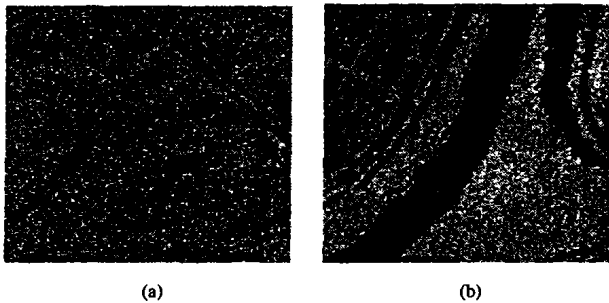


图2 Gauss 子集聚类结果

3.2 基于 Markov 四叉树模型的二次聚类

由于每类数据的分布形式未知,显然,仅将数据划分到不同的 Gauss 子集是不能得到正确的分割结果的;另外,这种方法没有利用上下文模型,分割结果很不光滑,对噪声和异常值较敏感。虽然可以再次利用传统的聚类方法对这些 Gauss 子集进行二次聚类,但传统的聚类方法一方面无法反映数据的概率结构,另一方面同样不具有上下文建模的能力。为此,本文采用 Markov 树模型来对 Gauss 子集进行二次聚类。

将上述 Gauss 子集类别标记作为离散的多尺度图像特征数据 y , 区域类别标记仍记为 x 。利用 3.1 小节介绍的 EM 算法,可以估计出模型参数 θ 。但注意到数据是离散的,因此, M 步的(3)和(4)式需要替换为:

$$f_{i,n}^{(i+1)} = \frac{\sum_{i \in S^{(n)}, y_i=l} p(X_i=m | y, \theta^{(i)})}{\sum_{i \in S^{(n)}} p(X_i=m | y, \theta^{(i)})}$$

进而,应用 2.2 节的 MPM 估计就可以得到最终的分割结果。

一般情况下,EM 算法只保证收敛到局部最小,初值的选择会对估计结果与收敛速率产生影响。考虑到同一类区域中的 Gauss 子集通常较接近,本文给出如下一组初始化参数:

$$\begin{aligned} \pi_m &= 1/M, m=1, \dots, M \\ a_{m,k,n} &= \begin{cases} 0.7 & m \neq k, \\ 0.3 & m = k, \end{cases} m \neq k, n=1, \dots, N \\ f_{m,n}(l) &= \begin{cases} 0.7/J_m \lfloor (m-1)J/M+1 \rfloor < l < \lfloor mJ/M \rfloor \\ 0.3/(J-J_m), & \text{其它} \end{cases}, m \end{aligned}$$

$$= 1, \dots, M, n=1, \dots, N$$

其中 J 为 Gauss 子集类别数目,即 3.1 小节中 Gauss 混合模型的阶数, $J_m = \lfloor mJ/M \rfloor - \lfloor (m-1)J/M+1 \rfloor$, 符号 $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示下取整。

3.3 二次聚类算法的改进

以上通过对单个像素的 Gauss 子集类别标记进行二次聚类的方法,得到分割结果仍然不够光滑,对噪声和异常值较敏感(见图3(b))。为此,对上述二次聚类方法做进一步改进,注意到 Gauss 子集类别图像中(见图2),在每一像素的一个邻域内,各子集类别标记的联合分布情况能更可靠的反映不同区域类别之间的差别,因此,可以考虑利用每个像素的邻域内的 Gauss 子集类别标记的分布特征来进行二次聚类。

记 Gauss 子集类别标记为 z , 节点 s 上的含节点 s 的 3×3 邻域为 $\partial(s)$ 。定义节点 s 上的邻域特征向量为 $y_s = (z_i)_{i \in \partial(s)}$, 在各分量相互独立的假定下,有:

$$p(y_s | x_s) = \prod_{i \in \partial(s)} p(z_i | x_i)$$

将该邻域特征向量作为图像特征数据,应用第2节中的 EM 算法和 MPM 估计,能够得到更稳健的分割结果。注意到这种基于邻域特征的分割结果会产生一种明显的边界效应,即在区域的边界处可能会产生新的类别,类似的现象也出现在基于 MRF 的分割结果中。由于在边界处产生的新类别通常呈窄带状结构,可以利用简单的方法判断当前像素是否位于边界处并对这些像素进行矫正,最终的二次聚类算法如下:

- (1) 利用 Gauss 子集的分割结果 z , 生成多尺度特征数据 $y: y = (y_s)_{s \in S}, y_s = (z_i)_{i \in \partial(s)}$;
- (2) 对 y 应用 Markov 树模型建模并估计出模型参数;
- (3) 应用 MPM 估计得到分割结果;
- (4) 针对第3步得到的分割结果,对每一像素的邻域,判断其中与该像素属同一类别的像素数目,若该数目小于某一设定的阈值 T_i , 则令 $y_i = (z_i, z_i, \dots, z_i)$, 否则, $y_i = (z_i)_{i \in \partial(s)}$;
- (5) 再次应用 Markov 树模型对经修正后的特征数据建模,并估计出模型参数;
- (6) 应用 MPM 估计得到最终的分割结果。

由于边界附近的像素数目通常相对较小,因此修正后的数据与原数据差别通常也较小,因而,在第(5)步应用 EM 算法估计模型参数时,可以直接在第2步的基础上继续进行,即将第2步得到的模型参数的估计作为第5步中迭代的初值。这样做能避免在第5步需要重新迭代而造成计算量增长约一倍的问题。一般情况下,第5步的参数估计只需很少几次迭代即可接近收敛。

3.4 类别数未知情况下的无监督分割

以上二次聚类算法假设类别数 M 已知,在 M 未知的情况下,可以先令 M 取一较大值(如10),并开始聚类,在聚类结束后,根据某种标准来判断是否应进一步减小 M ,若是,则令 $M=M-1$ 并重新聚类,否则,结束聚类。通过这种迭代的方法即可实现类别数目未知情况下的无监督分割。根据不同的应用场合,判断 M 是否应进一步减小的标准可选择如下两个标准之一:

- (1) 最小比例准则。在最细尺度的分割结果中,找到比例最小的一类,若该类所占比例小于某一事先设定的阈值,则令 $M=M-1$ 。该准则的缺点是容易丢失点目标。
- (2) 最大分散度准则。在最细尺度的分割结果中,找到分散度最大的一类,若该类的分散度大于某一事先设定的阈值,

则令 $M=M-1$ 。分散度的定义为 $D_m = n_m / (i_h \times i_w)$, 其中 n_m 为图像中属于 m 类的互不连通的区域数, i_h 和 i_w 分别为图像的高和宽。显然, 该准则不适用不同类别的区域相互紧密交错的复杂纹理图像。

4 实验结果

我们将本文的方法应用于合成图像与 SAR 图像的分割, 并与同样基于多尺度 Markov 模型的分割方法 H-MPM^[7]、H-SMAP^[5] 进行比较。H-MPM 和 H-SMAP 的区别在于 H-MPM 基于 Markov 四叉树模型, 而 H-SMAP 则基于金字塔图模型, 但两者的分割算法都基于 Bayes 估计, 在无监督情况下, 需要假定每类的分布服从 Gauss 分布。由于实验中采用的合成图像的每类的分布服从 Gauss 混合分布, 而 SAR 图像中每类目标也具有典型的非高斯分布特征, 因此, 以下实验结果中仅给出有监督 H-MPM 和 H-SMAP 方法的分割结果。在应用本文方法、H-MPM 和 H-SMAP 时, 多尺度图像数据由 0 尺度上的原始图像灰度值, 和其它尺度上经小波变换后得到的

尺度系数构成。小波变换的基函数为 Haar 小波。各图像的大小均为 256×256 。

图3(a)为一合成图像, 其中有三类区域, 每类都被加入了服从二阶 Gauss 混合分布的白噪声, 即每一类都服从二阶的 Gauss 混合分布。图3(b)~(e)给出了不同方法对图3(a)的分割结果, 表1给出了相应的分割错误率。图4和图5分别给出本文方法对两幅单视 SAR 图像的分割结果。各实验中, 应用本文方法时 Gauss 子集聚类的迭代次数均为20次, 二次聚类时首次应用 EM 算法的迭代次数均为3次, 进行边界矫正时再次应用 EM 算法的迭代次数均为2次。

表1 不同方法对图3(a)的分割结果的平均错误率比较

	分割错误率
本文方法(未改进)	28.68%
本文方法(改进后)	1.88%
H-MPM	2.67%
H-SMAP	0.99%

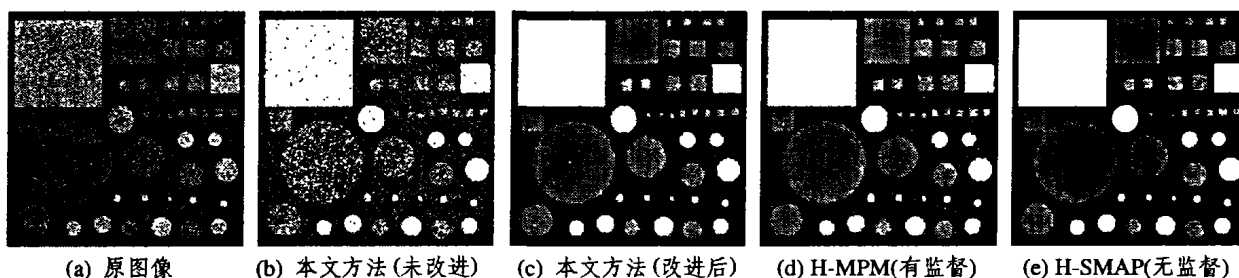


图3 合成图像的分割结果

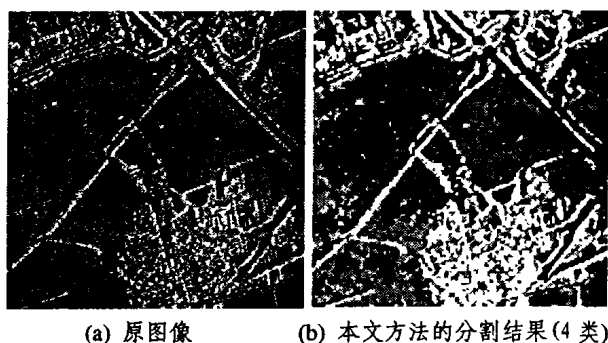


图4

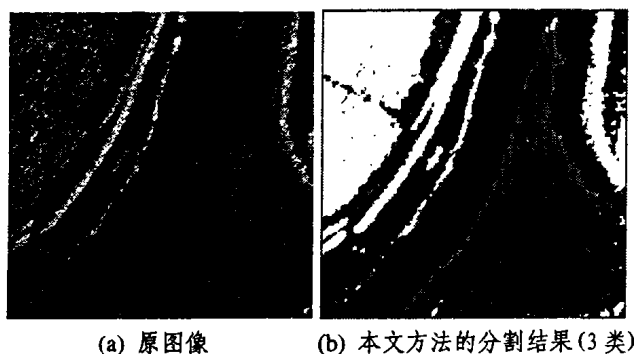


图5

结束语 基于多尺度 Markov 模型的无监督图像分割方法一般需要假定每类数据服从 Gauss 分布, 这在很多场合下是不适用的, 虽然可以将数据离散化, 并使用离散形式的 EM 算法来估计分布参数, 但直接对图像数据离散化会造成分布

参数过多, 并带来计算量增加、EM 算法初始化困难和参数估计结果具有很大的不确定性等问题。本文提出的基于分布特征的多尺度无监督图像分割方法, 不仅在很大程度上避免了上述问题, 而且, 与传统的动态聚类方法相比, 能较好地反映数据的概率结构, 减小分割结果的不确定性。对合成图像与 SAR 图像的分割结果表明, 这种方法的分割精度接近于有监督的 H-MPM 和 H-SMAP 方法。

参考文献

- Derin H, Elliott H, Cristi R, Geman D. Bayes smoothing algorithms for segmentation of binary images modeled by Markov random fields. *IEEE Trans Pattern Anal Machine Intell*, 1984, PAMI-6(11): 707~719
- Derin H, Elliott H. Modeling and segmentation of noisy and textured images using Gibbs random fields. *IEEE Trans Pattern Anal Machine Intell*, 1987, PAMI-9(1): 39~55
- Besag J. Efficiency of pseudolikelihood estimation for simple Gaussian fields. *Biometrika*, 1977, 64(3): 616~618
- Derin H, Kelly P A. Discrete-index Markov-type random processes. In: *Proc IEEE*, 1989, 77(10): 1485~1510
- Bouman C A, Shapiro M. A multiscale random field model for Bayesian image segmentation. *IEEE Trans Image Processing*, 1994, 3(3): 162~177
- Cheng H, Bouman C A. Multiscale Bayesian segmentation using a trainable context model. *IEEE Trans Image Processing*, 2001, 10(4): 511~525
- Laferté J M, Pérez P, Heitz F. Discrete Markov image modeling and inference on the quadtree. *IEEE Trans Image Processing*,

2000, 9(3): 390~404

- 8 Choi H, Baraniuk R G. Multiscale image segmentation using wavelet-domain hidden Markov models. *IEEE Trans Image Processing*, 2001, 10(9): 1309~1321
- 9 Luetgten M R, Karl W C, Willsky A S, Tenney R R. Multiscale representations of Markov random fields. *IEEE Trans Signal Pro-*

cessing, 1993, 41(12): 3377~3396

- 10 Dempster A P, Laird N M, Rubin D B. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. *J R Statist Soc B*, 1977, 39(1): 1~38
- 11 Rissanen J. A universal prior for integers and estimation by minimum description length. *Ann Statist*, 1983, 11(9): 417~431

(上接第184页)

图5(b)中的两个中间结点 I_1 与 I_2 只是辅助结点,起推理的作用,并无实际意义.假定它的取值范围都同结点 X_5 .在图5(a)中,在一些关于结点 X_1 与 X_2 取值的证据下,结点 X_5 的条件概率如表8所示.

在图5(b)中加入了新的结点 X_7 和两个中间结点 I_1, I_2 , 并且有 $P(I_2|X_1, X_2) = P(X_5|X_1, X_2)$. 当 $\{X_7 = \text{临考不发烧}\}$ 时, 由于它单独对考试成绩不发生影响, 因此本实验中只考虑 $\{X_7 = \text{临考发高烧}\}$ 的情况, 由此可以得到条件概率表分别如表9、表10所示.

表9 中间结点 I_2 关于 X_1 与 X_2 , 中间结点 I_1 关于 X_7 的条件概率表

$X_1 = \text{智商高}$ $X_2 = \text{课程难度一般}$	$X_1 = \text{智商一般}$ $X_2 = \text{课程非常难}$	$X_1 = \text{智商高}$ $X_2 = \text{课程非常难}$	$X_7 = \text{临场发高烧}$
$P(I_2=A X_1, X_2) = 0.3972$	$P(I_2=A X_1, X_2) = 0.1228$	$P(I_2=A X_1, X_2) = 0.2952$	$P(I_1=A x_7) = 0.025$
$P(I_2=B X_1, X_2) = 0.3255$	$P(I_2=B X_1, X_2) = 0.1895$	$P(I_2=B X_1, X_2) = 0.2895$	$P(I_1=B x_7) = 0.025$
$P(I_2=C X_1, X_2) = 0.1648$	$P(I_2=C X_1, X_2) = 0.2052$	$P(I_2=C X_1, X_2) = 0.2027$	$P(I_1=C x_7) = 0.025$
$P(I_2=D X_1, X_2) = 0.0580$	$P(I_2=D X_1, X_2) = 0.2570$	$P(I_2=D X_1, X_2) = 0.1220$	$P(I_1=D x_7) = 0.025$
$P(I_2=E X_1, X_2) = 0.0545$	$P(I_2=E X_1, X_2) = 0.2255$	$P(I_2=E X_1, X_2) = 0.0905$	$P(I_1=E x_7) = 0.9$

表10 扩展模型中结点 X_5 的条件概率表

	$X_1 = \text{智商高}$ $X_2 = \text{课程难度一般}$ $X_7 = \text{临场发高烧}$	$X_1 = \text{智商一般}$ $X_2 = \text{课程非常难}$ $X_7 = \text{临场发高烧}$	$X_1 = \text{智商高}$ $X_2 = \text{课程非常难}$ $X_7 = \text{临场发高烧}$
$P(X_5=A I_1, I_2)$	0.0099	0.0031	0.0074
$P(X_5=B I_1, I_2)$	0.0262	0.0125	0.0219
$P(X_5=C I_1, I_2)$	0.0304	0.0232	0.0298
$P(X_5=D I_1, I_2)$	0.0280	0.0386	0.0319
$P(X_5=E I_1, I_2)$	0.9236	0.9194	0.9227

表10为根据式(8)进行计算得到的关于 X_5 的条件概率, 由该表可以看出, 当增加的新结点取值为 $\{X_7 = \text{临考发高烧}\}$ 以后, 考试成绩为 E 的条件概率由 0.0545, 0.2255, 0.0905 分别上升到了 0.9236, 0.9194, 0.9227.

结论 本文中, 根据 Bayesian 网中变量之间的条件独立性与 Noisy OR 模型中的因果独立性, 提出了同时包含条件独立性与因果独立性的推广模型. 该推广模型把二者的推理方法予以融合, 并且扩展了 Bayesian 网的应用范围, 同时弥补了 Noisy OR 模型实用性不足的缺点, 并且新模型所需的条件概率参数小于 Bayesian 网中的参数, 增加了 Bayesian 网络构建的效率, 降低了推理的复杂度. 实验结果表明, 该推广模型具有较好的应用前景.

参 考 文 献

- 1 Santos E, Shimony S E. Deterministic Approximation of Marginal Probabilities in Bayes Nets. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: System and Humans*, 1998, 28(4): 377~393
- 2 Friedman N, Getoor L, Koller D, et al. Learning Probabilistic Relational Models. In: *Proc. of the 16th Intl. Joint Conf. on Artificial Intelligence (IJCAI)*, Stockholm, Sweden, 1999
- 3 Heckerman D, Breese J. Causal Independence for Probability Assessment and Inference Using Bayesian Networks. [Technical Report MSR-TR-94-08]. Microsoft Research, 1994
- 4 Neapolitan R E. *Learning Bayesian Networks*. Prentice Hall, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2003
- 5 Cooper G. Probabilistic inference using belief networks is NP-hard. *Artificial Intelligence*, 1990, 42: 393~405
- 6 Dagum P, Luby M. Approximate probabilistic inference in Bayesian networks in NP hard. *Artificial Intelligence*, 1993, 60: 141~153

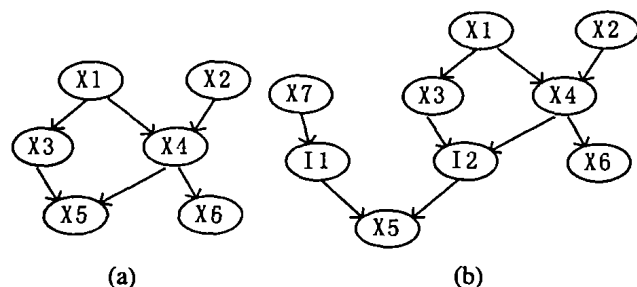


图5 学生成绩的 Bayesian 网及其扩展